

# Finanzmathematische Grundlagen: Rendite und Wiederanlageprämisse

Definition der Rendite sowie Anmerkungen zur vermeintlichen „Wiederanlageprämisse“

von Volker Weg



Diplom-Mathematiker Volker Weg ist Geschäftsführer der XPS-Finanzsoftware GmbH und absolvierte eine Ausbildung zum Aktuar (DAV) und Versicherungsmathematischen Sachverständigen für Altersversorgung (IVS)

Die Rendite ist ein wichtiger Eckpunkt des magischen Dreiecks „Risiko – Rendite – Verfügbarkeit“ und Basisparameter jeder Finanz- und Ruhestandsplanung. Der Schichtenvergleich in der Ruhestandsplanung ist im Wesentlichen eine Renditeanalyse, und bei der Entscheidung für oder gegen ein Finanzprodukt ist die erwartete Rendite die zentrale Kennzahl. Auf der anderen Seite gibt es bisweilen immer noch die Meinung, dass der Rendite eine „Wiederanlageprämisse“ zugrunde liege und der Einsatz der Rendite dadurch kritisch zu sehen sei. Es gibt also Gründe genug, sich die Rendite einmal genauer anzuschauen.

## Definition über Barwert und Endwert

Um die Rendite oder den internen Zins einer Investition verstehen zu können, benötigt man Klarheit über die Begrifflichkeiten „Barwert“ und „Endwert“. Nehmen wir den einfachen Fall: Ein Anfangskapital von 100 EUR wird über 10 Jahre zu einem Zins von 7,2 Prozent per annum angelegt. Das Endkapital nach 10 Jahren beträgt 200 EUR. Dann sind 200 EUR der Endwert des investierten Kapitals und 100 EUR der Barwert der am Ende erhaltenen Leistung. Es gilt:

$$\begin{array}{l} \text{Endwert} \quad 200 = 100 \times 1,072^{10} \\ \text{Barwert} \quad 100 = 200 \times \frac{1}{1,072^{10}} \end{array}$$

Über Barwert und Endwert lässt sich

die Rendite definieren. Die Rendite einer Investition ist der Zins, sodass gilt:

$$\text{Barwert der Einnahmen} = \text{Barwert der Ausgaben}$$

Die gefundene Rendite erfüllt dann automatisch die gleichwertige Bedingung, dass der Endwert der Einnahmen gleich dem Endwert der Ausgaben ist.

## Definition über Vergleichskonto

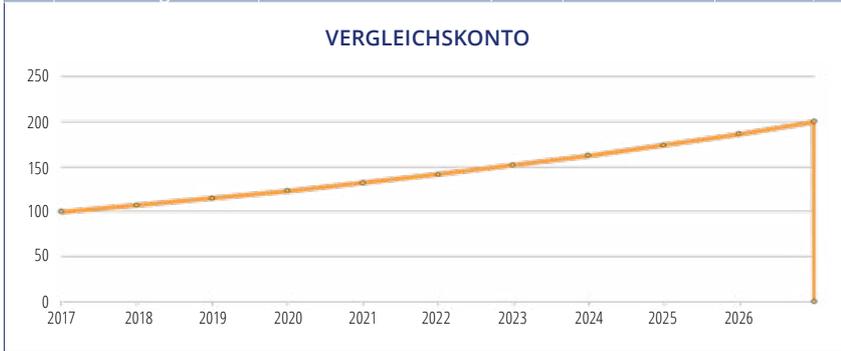
Der Nachteil der Definition über Barwert und Endwert ist, dass sie sehr technisch ist. Die Definition über das Vergleichskonto ist anschaulicher. Beim Vergleichskontenmodell nimmt man ein Konto und bucht die Ausgaben der Investition als Einzahlung auf das Konto und die Einnahmen der Investition als Auszahlung von dem Konto. Der interne Zins ist nun der Zins, sodass gilt:

$$\text{Kontostand am Ende (nach der letzten Zahlung)} = 0$$

Das Konto muss also auf null „aufgehen“. Die Investition verhält sich damit wie ein Sparkonto, dessen Verzinsung der ermittelten Rendite entspricht.

Hier das Vergleichskonto für unser einfaches Beispiel:

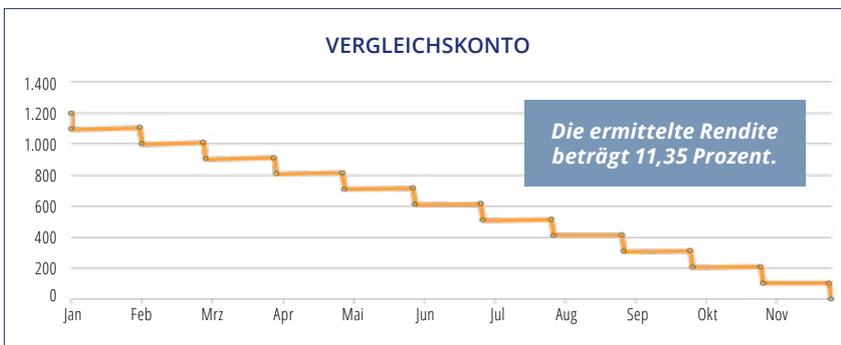
Nr	Text	Ausgabe	Einnahme	Termin	Konto
1	Einzahlung	100,00		01.01.2017	100,00
2	Zinsbuchung			31.12.2017	107,18
3	Zinsbuchung			31.12.2018	114,87
4	Zinsbuchung			31.12.2019	123,11
5	Zinsbuchung			31.12.2020	131,95
6	Zinsbuchung			31.12.2021	141,42
7	Zinsbuchung			31.12.2022	151,57
8	Zinsbuchung			31.12.2023	162,45
9	Zinsbuchung			31.12.2024	174,11
10	Zinsbuchung			31.12.2025	186,61
11	Zinsbuchung			31.12.2026	200,00
12	Auszahlung		200,00	01.01.2027	0,00



Das Vergleichskonto beinhaltet eine automatische Kontrolle der Renditeberechnung. Außerdem gibt der jeweilige Kontostand Auskunft darüber, auf welchen Betrag die Verzinsung wirkt. Die Rendite ist ja eine relative Größe, der man nichts über die Höhe der absoluten Erträge entnehmen kann. Das Vergleichskonto ergänzt dahingehend die Rendite.

### Anwendung „Unterjährigkeitszuschlag“

Der Zuschlag für monatliche Beitragszahlung einer Lebensversicherung beträgt in der Regel 5 Prozent. Statt einmal jährlich 1.200 EUR zu zahlen, werden also monatlich 105 EUR (= 1.260 EUR pro Jahr) fällig. Wer die Jahreszahlung wählt, spart in der Folge die Monatsbeiträge. Das Vergleichskonto sieht wie folgt aus:



Wer also die Zahlweise von monatlich auf jährlich umstellt, erzielt im Mittel auf circa den halben Jahresbeitrag eine spitzenmäßige risikolose Rendite von 11,35 Prozent. Pro Jahr spart der Kunde 60 EUR und bei einer Laufzeit von 25 Jahren in der Summe 1.500 EUR – und das bei einem Monatsbeitrag von nur etwa 100 EUR!

### These von der „Wiederanlageprämisse“

Die Wiederanlageprämisse behauptet, die Rendite unterstelle, dass Ausschüttungen, die während der Laufzeit der Investition erfolgen, zum gleichen internen Zins wieder angelegt würden. Betrachtet man das Vergleichskontenmodell, so entspricht eine Ausschüttung einer Kontoauszahlung. Ob diese Auszahlung konsumiert oder wieder angelegt wird, darüber wird keinerlei Aussage getroffen. Einzig entscheidend ist, dass das Konto am Ende auf null aufgeht.

Würde man fordern, dass eventuelle Ausschüttungen bis zum Ablauf der Investition wieder angelegt werden müssen, so würde man die Investition praktisch auf eine „Zerobond“-Investi-

tion normieren. Dies ist aber gar nicht Sinn und Zweck der Rendite. Die Rendite nimmt den Verlauf der Investition so, wie er ist, und liefert dazu die einzige wirklich „natürliche“ Rentabilitätskennzahl.

Von den Kritikern des internen Zinsfußes wird vorgeschlagen, einen modifizierten

internen Zinsfuß mit einem expliziten Wiederanlagezins zu berechnen. Hierbei muss man aber ebenso kritisch fragen, wie denn der Wiederanlagezins zu wählen ist. Schließlich haben die Ausschüttungen unterschiedliche Restlaufzeiten und im privaten Bereich ist unklar, wie mit der Besteuerung umzugehen ist.

### Ermittlung der Zahlungsströme

Für die Berechnung der Rendite benötigt man Klarheit über die Zahlungsströme aus der Investition. Die Ermittlung der Zahlungsströme stellt tatsächlich auch die Hauptschwierigkeit dar. Liegen die Zahlungsströme vor, kann man zum Beispiel in Excel mit der IKV-Formel oder der XINTZINSFUSS-Formel die Rendite recht einfach berechnen. Herauszufinden, welche Zahlungsströme sich aus der Investition ergeben, kann dagegen extrem aufwendig sein.

Bestes Beispiel hierfür ist der Schichtenvergleich in der Altersvorsorgeberatung. Die finanzmathematische Aufgabe lautet: Welche Rentenversicherungen oder Fondssparpläne sollten in welcher Höhe abgeschlossen werden, damit die Rentenlücke geschlossen wird und der Aufwand für den Kunden möglichst gering ist? Gesucht wird die Lösung mit der höchsten Rendite – und zwar netto nach Steuern und Sozialversicherungen.

Aufgrund der Vielzahl von Parametern ist diese Renditeoptimierung eine so komplexe Aufgabe, dass man hierfür Spezialsoftware benötigt. Die Durchführungswege unterscheiden sich alle in ihrer steuerlichen Wirkung. Hinzu kommt, dass eine renditeoptimierte Schließung der Rentenlücke in aller Regel nicht durch ein Produkt erfolgt, sondern durch eine Kombination von verschiedenen Bausteinen.

### Schlussbemerkung

Die Rendite ist die natürliche Rentabilitätskennzahl einer jeden Investition. Da die Rendite eine relative Kenngröße ist, sollten bei Investitionsentscheidungen zusätzlich absolute Kennzahlen wie der Gesamtüberschuss hinzugezogen werden. Wenn die Zahlungsströme klar sind, können Renditen mit einfachen Excel-Formeln berechnet werden. Bei komplexen Berechnungen wie dem Schichtenvergleich in der Altersvorsorgeberatung führt am Einsatz professioneller Software kein Weg vorbei.

**Volker Weg**